

Тесты на стабильность

Одной из основных целей моделирования временных рядов является построения прогноза. Но узнать, насколько хорош прогноз, т.е. в какой степени он оправдывается, можно лишь в будущем. В предположении, что внешние условия останутся прежними, качественная модель временного ряда должна иметь хорошие прогнозные качества (проверка на хвосте). В Eviews имеется возможность проверить устойчивость модели следующим образом (Рис. 1):

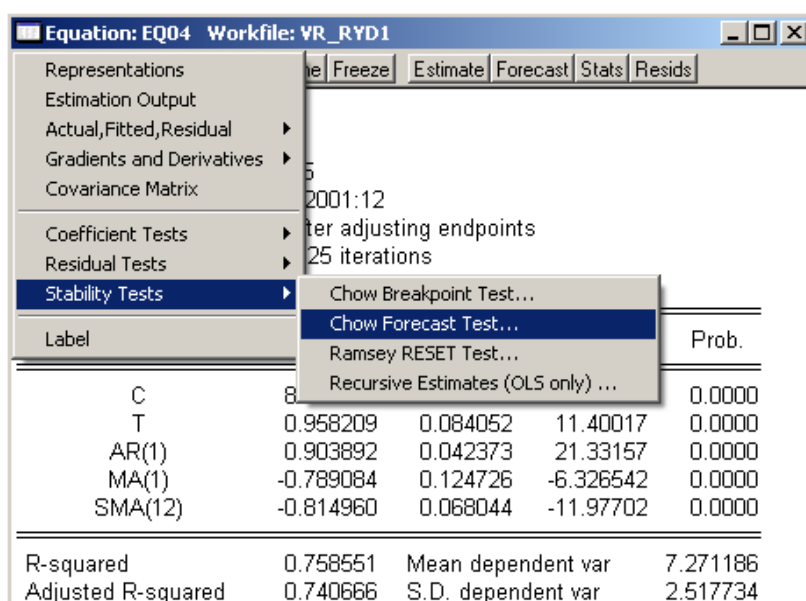


Рис. 1. Тесты на стабильность. Тест Чоу на устойчивость прогноза

Chow Forecast Test ... позволяет проверить нулевую гипотезу о том, что модель, построенная по части выборки, совпадет с моделью, построенной по целой выборке. Таким образом, проверяется чувствительность модели к небольшим изменениям в исходных данных или, другими словами, устойчивость полученной модели.

Для этого в окне Chow Forecast Test ... нужно ввести момент времени, который разобьет выборку на две части, по первой из которых будет построена вспомогательная модель. На Рис. 2 приведены результаты двух тестов. В первом случае дата разбиения апрель 2001 года (2001:04), а во втором – июнь 2001 (2001:06).

Анализ результатов теста позволяет сделать выводы о прогнозных свойствах полученной модели. Хочется обратить внимание на ту разницу, которая присутствует в двух

Тесты на стабильность

представленных результатах теста. Тест был проведен на одной и той же модели. Разница заключается в том, что в первый раз выборка была уменьшена на 9 месяцев, а во втором только на 7. По результатам первого теста гипотезу придется отвергнуть (на уровне значимости 0.05), модель признать неустойчивой и непригодной для прогнозирования. По результатам второго теста мы получим противоположные выводы. Но ведь тестировалась одна и та же модель!

Equation: EQ04 Workfile: VR_RYD1									
View	Procs	Objects	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Chow Forecast Test: Forecast from 2001:04 to 2001:12									
F-statistic	2.492709	Probability	0.020949						
Log likelihood ratio	23.86506	Probability	0.004520						
Test Equation:									
Dependent Variable: Y1									
Method: Least Squares									
Date: 03/10/13 Time: 22:27									
Sample: 1997:02 2001:03									
Included observations: 50									
Convergence achieved after 27 iterations									
Backcast: 1996:01 1997:01									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	8.364309	0.165061	50.67408	0.0000					
T	1.087533	0.111408	9.761747	0.0000					
AR(1)	0.916995	0.012657	72.45121	0.0000					
MA(1)	-0.997452	0.055411	-18.00109	0.0000					
SMA(12)	-0.860283	0.060502	-14.21898	0.0000					
R-squared	0.803378	Mean dependent var	6.880000						
Adjusted R-squared	0.785900	S.D. dependent var	2.479631						
S.E. of regression	1.147349	Akaike info criterion	3.207424						
Sum squared resid	59.23841	Schwarz criterion	3.398626						
Log likelihood	-75.18560	F-statistic	45.96626						
Durbin-Watson stat	2.033086	Prob(F-statistic)	0.000000						

Equation: EQ04 Workfile: VR_RYD1									
View	Procs	Objects	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Chow Forecast Test: Forecast from 2001:06 to 2001:12									
F-statistic	0.704858	Probability	0.667830						
Log likelihood ratio	5.889747	Probability	0.552681						
Test Equation:									
Dependent Variable: Y1									
Method: Least Squares									
Date: 03/10/13 Time: 22:28									
Sample: 1997:02 2001:05									
Included observations: 52									
Convergence achieved after 23 iterations									
Backcast: 1996:01 1997:01									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	8.543901	0.852680	10.02006	0.0000					
T	0.969610	0.100436	9.654012	0.0000					
AR(1)	0.916795	0.048298	18.98203	0.0000					
MA(1)	-0.770863	0.142575	-5.406711	0.0000					
SMA(12)	-0.744323	0.115413	-6.449218	0.0000					
R-squared	0.748143	Mean dependent var	6.980769						
Adjusted R-squared	0.726709	S.D. dependent var	2.500905						
S.E. of regression	1.307405	Akaike info criterion	3.465177						
Sum squared resid	80.33749	Schwarz criterion	3.652797						
Log likelihood	-85.09461	F-statistic	34.90349						
Durbin-Watson stat	2.049745	Prob(F-statistic)	0.000000						

Рис. 2. Тесты Чоу на устойчивость прогноза

Хочется обратить внимание читателя на то, что, во-первых, временной ряд слишком короткий и выводы большинства тестов не надежны; во-вторых, часто модели годятся только для одного вида прогнозов: либо краткосрочного, либо долгосрочного. И понятно, что представленную модель можно использовать лишь для краткосрочного, на 3-6 месяцев, прогноза.

Прогнозирование и критерии качества прогноза

Рассмотрим методы построения прогнозов в пакете EViews. Нас может интересовать прогноз, который дает построенная модель, как на будущее, так и на текущий момент (чтобы увидеть качество модели и проанализировать причины, под воздействием которых изменяется y_t). Для того, чтобы строить прогнозы на будущее, необходимо еще при создании рабочего файла указать размер ряда с запасом на длину прогнозного периода, т.е. на несколько месяцев (лет) больше, чем диапазон исходных данных. При этом модель строится по исходному диапазону (Sample). Затем при помощи опции Forecast меню окна уравнения создается прогноз:

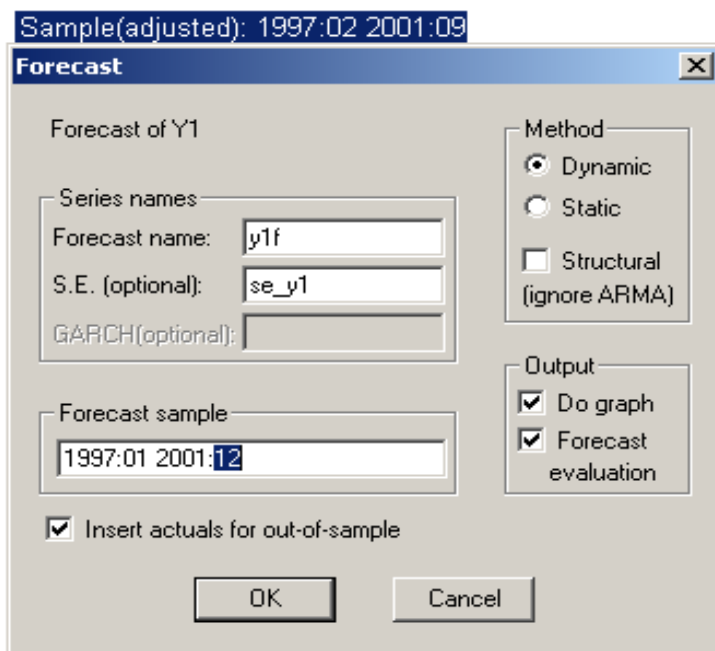


Рис. 3. Диалоговое окно прогноза

В появившемся окне (Рис. 3) необходимо выбрать метод построения прогноза (Method: Dynamic, Static или Structural), отметить выходную информацию (Output: Do graph и Forecast evaluation), а также заполнить поля: название переменной, куда будет записан прогноз (Forecast name), название для ряда стандартных ошибок прогнозирования (по желанию) (S.E. (optional)), границы интервала, на котором строите прогнозы (Forecast sample), а также отметить галочкой вставлять ли реальные данные в ту часть прогноза, которая выходит за пределы области построения модели (Insert actuals for out-of-sample).

Прогнозирование и критерии качества прогноза

Хочется уточнить, что в качестве границ интервала нужно задавать временной промежуток, на котором необходимо строить прогноз. Соответственно там уже заканчиваются реальные наблюдения. Но в тоже время может оказаться интересным построить прогноз везде, даже там, где реальные данные имеются. Это может быть полезно, чтобы увидеть, насколько точно прогноз описывает имеющиеся данные, и стоит ли ему доверять.

Динамические прогнозы. Допустим, Вы оценили модель авторегрессии второго порядка $\hat{y}_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2}$ и хотите построить соответствующие прогнозы на h периодов вперед. Тогда, строя прогноз на один шаг вперед, в качестве запаздывающих значений переменной Вы должны использовать ее истинные значения в данные моменты времени $\hat{y}_{t+1} = a_0 + a_1 y_t + a_2 y_{t-1}$.

Но при построении прогноза на 2 периода вперед $\hat{y}_{t+2} = a_0 + a_1 \hat{y}_{t+1} + a_2 y_t$ вместо переменной y_{t+1} уже необходимо использовать ее прогнозное значение, полученное на предыдущем шаге, а вместо переменной y_t ее истинное значение.

Начиная с прогноза на 3 шага вперед, в качестве запаздывающих значений прогнозируемых переменных необходимо использовать их прогнозные значения, полученные на предыдущих шагах. Результаты прогнозирования, полученные этим методом, приведены ниже:

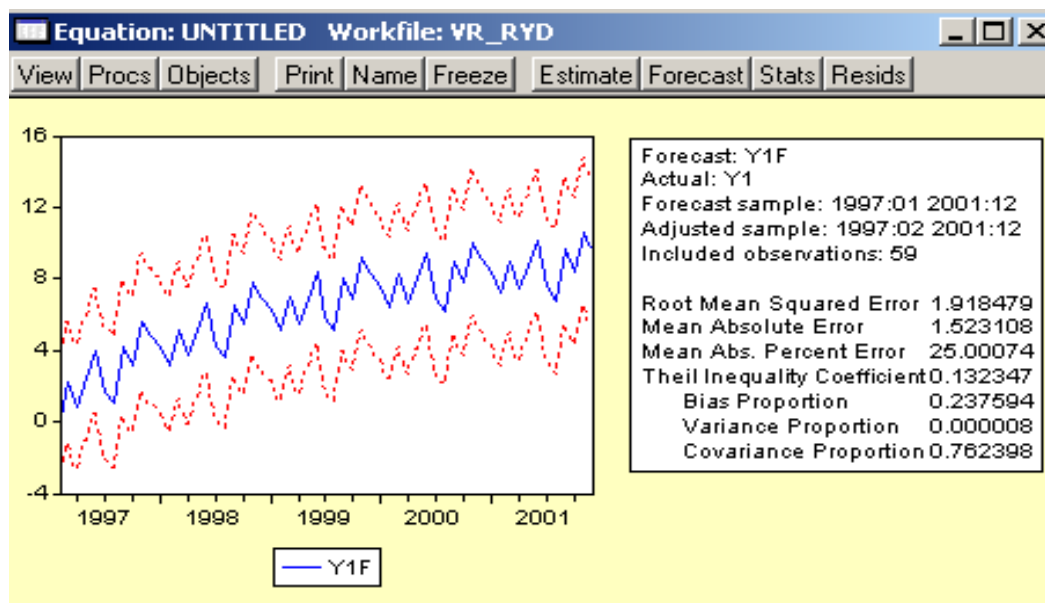


Рис. 4. Динамический прогноз

Синяя линия показывает значения прогноза, которое записано в переменную Y1F, а красные – верхняя и нижняя границы 95% доверительного интервала.

Статические прогнозы. В отличие от динамических прогнозов для прогнозирования используются только истинные значения, т.е. построение статического прогноза возможно на ограниченное количество периодов вперед.

Ниже приведены два статических прогноза. На первом (Рис. 5) переменная Y1 содержала данные с января 1997 г. по декабрь 2001 г.

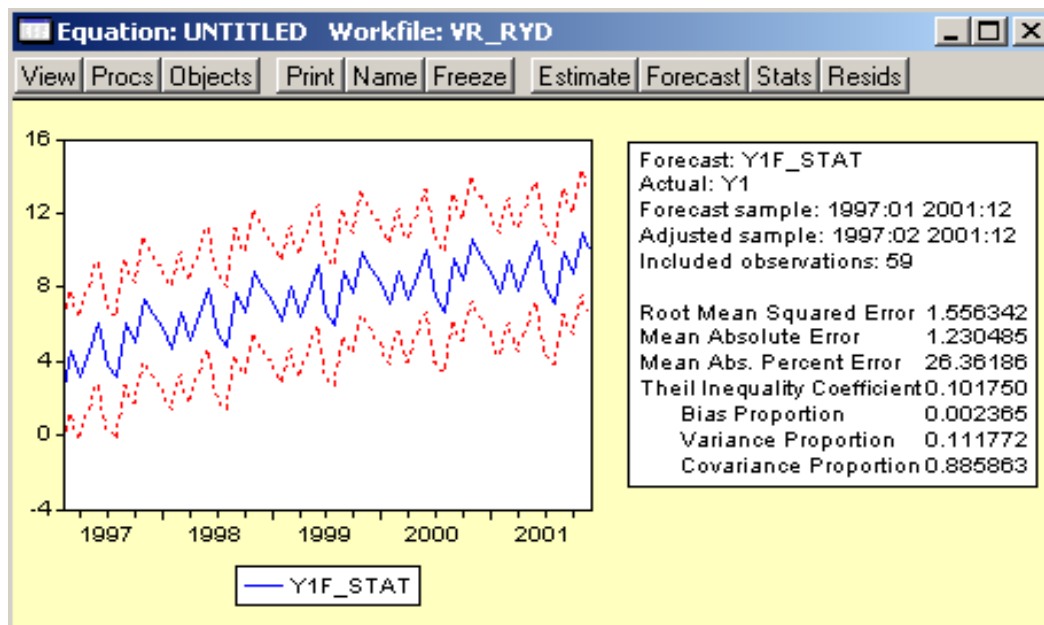


Рис. 5. Статический прогноз 1

На втором (Рис. 6) переменная Y1 содержит данные с января 1997 г. по октябрь 2001 г. В итоге прогноз строится уже не до декабря, а лишь до ноября 2001 г.

Справа от графика в тех случаях, когда известны истинные значения временного ряда на прогнозируемом периоде, приведены статистики, характеризующие качество прогноза:

Root Mean Squared Error – квадратный корень из средней квадратичной ошибки:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2}{h}},$$

где h – длина интервала прогнозирования, \hat{y}_t – прогнозное значение временного ряда, y_t – истинное значение временного ряда; T – длина исходного временного ряда.

Например, если построен прогноз, начиная со второго момента времени, то показатель $RMSE$ будет рассчитан для $T + h - 1$.

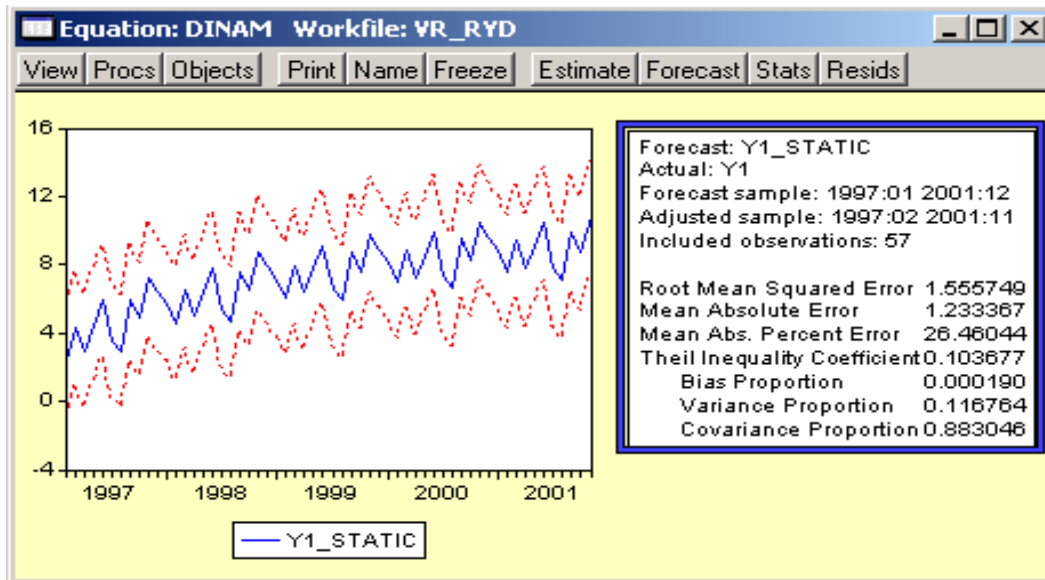


Рис. 6. Статический прогноз 2

Mean Absolute Error – средняя абсолютная ошибка:

$$MAE = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{|\hat{y}_t - y_t|}{h}$$

Показатели *RMSE* и *MAE* измерены в натуральных единицах, поэтому могут быть использованы лишь для сравнения прогнозов между собой, а не для оценки качества одного конкретного прогноза.

Mean Absolute Percent Error – средняя абсолютная ошибка в процентах:

$$MAPE = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{|\hat{y}_t - y_t|}{y_t} \cdot 100\%$$

На самом деле – это средняя модулей относительных ошибок, поскольку прогнозы могут быть как превышающими, так и недооценивающими реальные уровни ряда.

Theil Inequality Coefficient – коэффициент неравенства Тейла (*TIC*). Мы не будем приводить здесь формулу для его расчета, но отметим, что *TIC* не зависит от масштаба y_t . Он меняется от 0 до 1, принимая значение 0 в случае точного совпадения прогноза и реальности.

Bias Proportion – показывает смещение среднего значения прогноза временного ряда относительно среднего значения реального временного ряда;

Variance Proportion – показывает смещение дисперсии прогноза временного ряда относительно дисперсии реального временного ряда;

Covariance Proportion – измеряет остаточную несистематическую ошибку прогнозирования.

Пропорции определены так, что Bias Proportion + Variance Proportion + Covariance Proportion = 1. Чем ближе значения Bias Proportion и Variance Proportion к нулю, тем точнее полученный прогноз.

Увидеть насколько хорошо модель описывает имеющийся временной ряд можно, построив на одной координатной плоскости несколько графиков: исходного ряда $Y1$; прогнозного ряда; нижней и верхней границ доверительного интервала.

При этом принято рисовать все значения в виде непрерывной кривой, несмотря на то, что мы располагаем дискретными наблюдениями (Рис. 7).

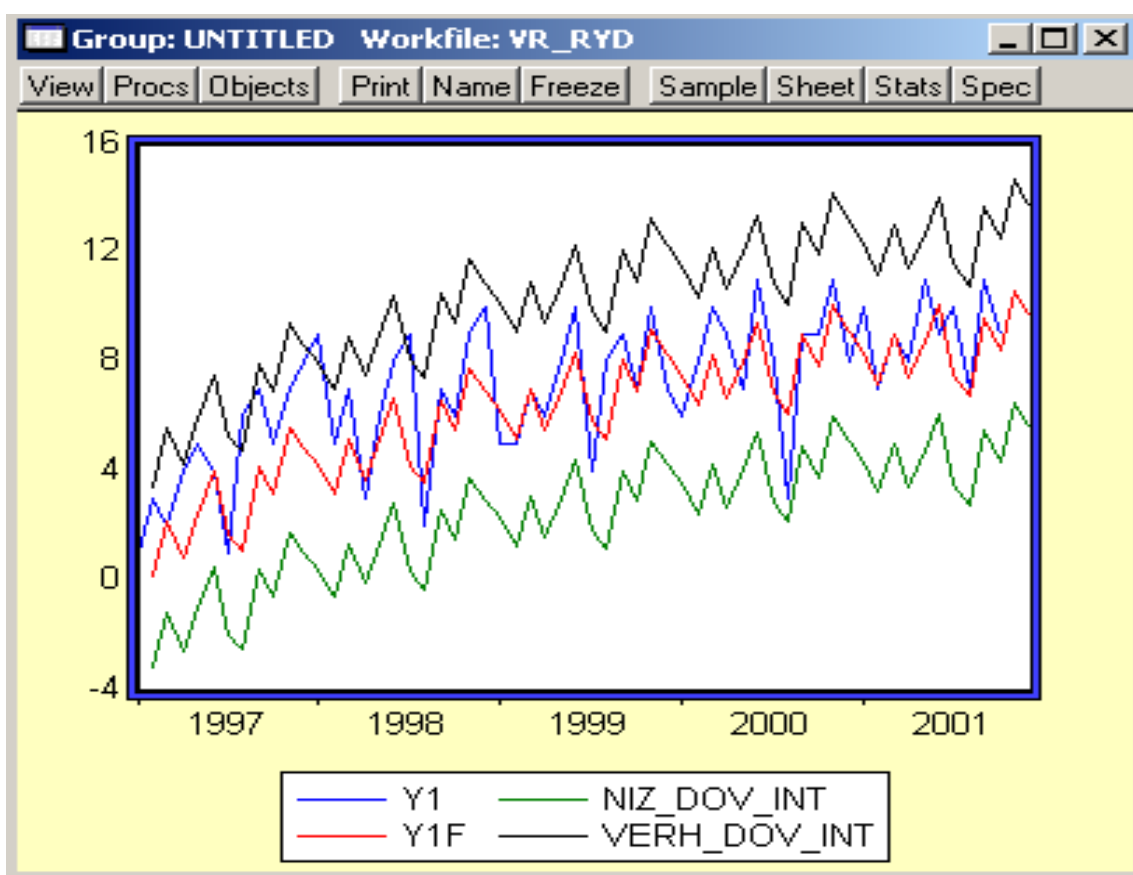


Рис. 7. График прогноза и 95% доверительного интервала

На Рис. 8 показано как были заданы переменные niz_dov_int и $verh_dov_int$. Они сгенерированы по формулам: $niz_dov_int = Y1F - 2 * se_dinam$, $verh_dov_int = Y1F + 2 * se_dinam$ и представляют собой верхнюю и нижнюю границы доверительного интервала. Через $Y1$ – обозначен реальный уровень временного ряда, через $Y1F$ – прогноз.

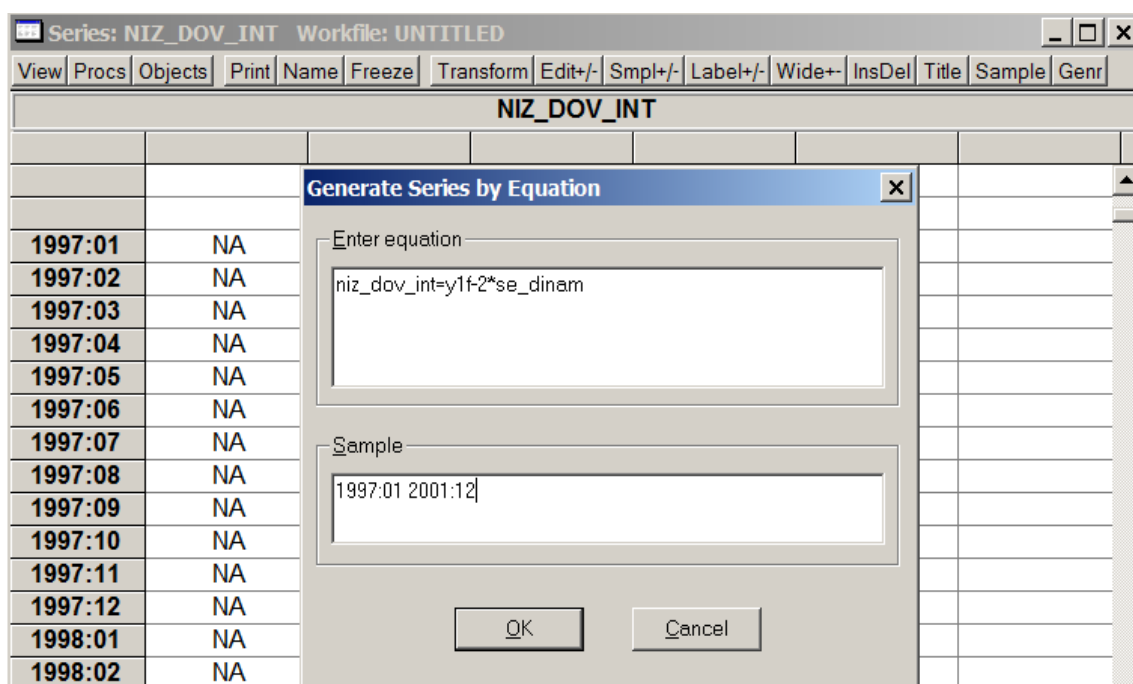


Рис. 8. Задание нижней границы доверительного интервала

Литература:

1. Брюков В.Г. Как предсказать курс доллара. Эффективные методы прогнозирования с использованием Excel и Eviews. М.: КНОРУС; ЦИПСИР, 2011.
2. Доугерти К. Введение в эконометрику. М: ИНФРА-М, 2009.
3. Турунцева М.Ю. Анализ временных рядов. М: МИЭФ ГУ-ВШЭ, 2003.
4. Eviews Users guide, 2003
5. Eviews Users guide, 2004

Приложение

Все оценки качества прогнозов могут быть рассчитаны только в случае, когда фактические значения на самом деле известны, поскольку во всех формулах рассматривается отклонение прогнозных значений от реальных. Для удобства читателей все, используемые в Eviews (и некоторые другие) оценки качества прогнозов сведены в одну таблицу (см. ниже).

Недостатком абсолютных и относительных ошибок прогноза является возможность их применения в первую очередь для сравнения нескольких моделей между собой. Будучи же усредненными, они не показывают максимального отклонения прогноза от действительности, хотя часто именно максимальная ошибка важна для исследователя. Также, в случае одного очень неудачного прогноза, ошибка которого велика, усреднение приведет к значительному росту ошибок прогноза. Особенно сильно даже один неудачный прогноз влияет на показатель RMSE, поскольку в нем ошибки возводятся в квадрат.

При этом все относительные ошибки обладают следующим недостатком: если в знаменателе оказывается значение, близкое к 0, то величина дроби становится очень большой, и даже усредненные относительные ошибки могут быть очень велики; при равенстве знаменателя нулю, относительная ошибка не существует.

Таким образом нормированные показатели можно рассматривать для каждого конкретного прогноза (как и нормированные характеристики качества модели – R^2 и Adj. R^2).

И последнее. Очень важно, сравнивая прогнозные качества разных моделей, следить, чтобы прогнозный интервал во всех моделях был одинаковым.

Таблица 1.

Различные виды ошибок и показателей, предназначенные для оценки точности прогноза

Термин	Перевод-расшифровка	Расчетная формула	Единицы измерения	Диапазон изменения	Идеальное значение
Forecast Error	ошибка прогноза	$\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{y}_t$	в тех же единицах измерения, что и зависимая переменная y_t	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Absolute Error	абсолютная ошибка прогноза	$AE = y_t - \hat{y}_t $	в тех же единицах измерения, что и зависимая переменная y_t	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Relative error	относительная ошибка прогноза	$RE = \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \cdot 100\%$	в процентах	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Maximum of Absolute Error	максимум абсолютной ошибки прогноза	$MaxAE = \max_{t=T+1..T+h} y_t - \hat{y}_t $	в тех же единицах измерения, что и зависимая переменная y_t	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Maximum of Relative Error	максимум относительной ошибки прогноза	$MaxRE = \max_{t=T+1..T+h} \frac{ y_t - \hat{y}_t }{y_t} \cdot 100\%$	в процентах	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Mean Squared Error (MSE)	относительная ошибка прогноза	$MSE = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{h}$	в квадратах единиц измерения зависимой переменной y_t	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Root Mean Squared Error (RMSE)	квадратный корень из средней квадратичных ошибок прогноза (средней ошибки предсказания)	$RMSE = \sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(\hat{y}_t - y_t)^2}{h}}$	в тех же единицах измерения, что и зависимая переменная y_t	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$

Mean Absolute Error (MAE)	средняя абсолютных ошибок прогноза	$MAE = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{ \hat{y}_t - y_t }{h}$	в тех же единицах измерения, что и зависимая переменная y_t	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Mean Absolute Percent Error (MAPE)	средняя модулей относительных ошибок прогноза	$MAPE = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{ \hat{y}_t - y_t }{y_t} \cdot 100\%$	в процентах	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
	относительная ошибка прогноза прироста	$\frac{(\hat{y}_t - y_T) - (y_t - y_T)}{(y_t - y_T)} \cdot 100\%$	в процентах	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Theil Inequality Coefficient (TIC)	коэффициент несоответствия Тейла (коэффициент неравенства Тейла)	$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{h} \cdot \sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{h} \cdot \sum_{t=T+1}^{T+h} (y_T - y_t)^2}}$	безразмерный меньше 1 – прогноз лучше «наивного»; больше 1 – хуже «наивного»	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
другая форма TIC	применяется в Eviews	$U = \frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \hat{y}_t^2 / h + \sum_{t=T+1}^{T+h} y_t^2 / h}}$	безразмерный	от 0 до 1	$\rightarrow 0$
другая форма TIC		$U = \frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \hat{y}_t^2 + \sum_{t=T+1}^{T+h} y_t^2}}$	безразмерный	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$

Приложение

другая форма TIC		$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2}{\sum_{t=T+1}^{T+h} y_t^2}}$	безразмерный	от 0 до ∞	$\rightarrow 0$
Bias Proportion	доля систематической ошибки – отклонение мат. ожидания прогноза от мат. ожидания факт.	$BP = \frac{\left(\left(\sum_{t=T+1}^{T+h} \hat{y}_t / h \right) - \bar{y}_t \right)^2}{MSE}$	безразмерная	от 0 до 1	$\rightarrow 0$
Variance Proportion	доля вариации, т.е. расхождения между дисперсиями значений y_t и \hat{y}_t	$VP = \frac{(s_{\hat{y}_t} - s_{y_t})^2}{MSE}$	безразмерная	от 0 до 1	$\rightarrow 0$
Covariance Proportion	доля ковариации, т.е. несистематической ошибки	$CP = \frac{2 \cdot (1 - \text{corr}(\hat{y}_t; y_t)) \cdot s_{\hat{y}_t} \cdot s_{y_t}}{MSE}$	безразмерная	от 0 до 1	$\rightarrow 1$
Разложение среднеквадратичной ошибки прогноза		$MSE = BP + VP + CP$			

Источники: [1, 5]

Обозначения: y_t – фактические значения уровня временного ряда в момент t ; \hat{y}_t – прогноз по модели в момент t ; T – начальный момент прогнозирования; $T + h$ – конечный момент прогнозирования; $s_{y_t} = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(y_t - \bar{y}_t)^2}{h}$ и $s_{\hat{y}_t} = \sum_{t=T+1}^{T+h} \frac{(\hat{y}_t - \bar{\hat{y}}_t)^2}{h}$ – оценки стандартных отклонений (смещенные) y_t и \hat{y}_t соответственно.