O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

TOSHKENT MOLIYA INSTITUTI

«МАТЕМАТИКА» КАФЕДРАСИ

«OLIY MATEMATIKA» FANIDAN

Amaliy mashg‘ulot

TUZUVCHILAR: Dots.Muminova R., katta o‘qit. Turdaxunova S.

Toshkent- 2010

12. TEKISLIKDAGI TO'G'RI CHIZIQ TENGLAMALARI. TO'G'RI CHIZIQNING NORMAL TENGLAMASI. NUQTADAN CHIZIQQACHA BO'LGAN MASOFA

1^0. *Tekislikdagi* $A(x_1; y_1)$ va $B(x_2; y_2)$ nuqtalar orasidagi masofa:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \tag{1}$$

2^0. Tekislikda *yo'naltirilgan kesmaning,* yoki *boshi* $A(x_1;y_1)$ va *oxiri* $B(x_2;y_2)$ bo'lgan $\overline{AB}$ *vektorning* koordinata o'qlaridagi *proyektsiyalari:*

$$\text{Pr}_x\overline{AB}=X=x_2-x_1, \quad \text{Pr}_y\overline{AB}=Y=y_2-y_1 \tag{2}$$

3^0. *Kesmani berilgan nisbatda bo'lish:* $A(x_1;y_1)$ va $B(x_2;y_2)$ nuqtalar berilgan AB kesmani $AN:NB=\lambda$ nisbatda bo'luvchi $N(x;y)$ nuqtaning koordinatalari ushbu:

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}, \quad y=\frac{y_1+\lambda y_1}{1+\lambda} \tag{3}$$

formulalar bilan aniqlanadi. Xususiy holda kesmani teng ikkiga, ya'ni $\lambda=1:1=1$ nisbatda bo'lganda

$$x=\frac{x_1+x_2}{2}, \quad y=\frac{y_1+y_2}{2} \tag{4}$$

4^0. Uchlari $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$, ..., $F(x_n; y_n)$ nuqtalarda bo'lgan *ko'pburchak yuzi:*

$$S=\pm\frac{1}{2}\left[\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}+\ldots+\begin{vmatrix} x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}\right] \tag{5}$$

ga teng.

5^0. *To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentli tenglamasi:*

$$y=kx+b \tag{6}$$

k parametr to'g'ri chiziqning Ox o'qining musbat yo\`nalishiga og'ish burchagi $\alpha$ ning tangensiga teng bo\`lib ($k=tg\alpha$), to'g'ri chiziqning burchak koeffitsenti, ba'zan qiyaligi deyiladi. b parametr boshlang'ich ordinata yoki Oy o'qdan ajratgan kesma kattaligi .

6^0. *To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi:*

$$Ax+By+C=0 \qquad (A^2+B^2\neq 0) \tag{7}$$

Xususiy hollar:

a) C=0 bo'lsa, $y=-\frac{A}{B}x$ to'g'ri chiziq koordinatalar boshidan o'tadi;

b) B=0 bo'lsa, $x=-\frac{C}{A}=a$ to'g'ri chiziq $0y$ o'qqa parallel bo'ladi;

c) A=0 bo'lsa, $y=-\frac{C}{B}=b$ to'g'ri chiziq $0x$ o'qqa parallel bo'ladi;

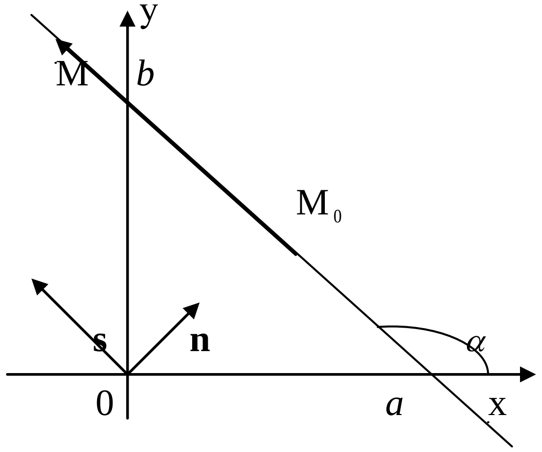
d) $B=C=0$ bo'lsa, $Ax=0$ yoki $x=0$ - to'g'ri chiziq $0y$ o'qdan iborat;

e) $A=C=0$ bo'lsa, $By=0$ yoki $y=0$ - to'g'ri chiziq $0x$ o'qdan o'tadi.

7^0. *To'g'ri chiziqning o'qlardan ajratgan kesmalari bo'yicha tenlamasi*:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \qquad (8)$$

Bu yerda a va b - to'g'ri chiziqning o'qlardan kesgan kesmalarining kattaliklari.



8^0. *To'g'ri chiziqning vektor parametrli tenglamasi:*

$$\overline{M_0M}=t\mathbf{s} \qquad (9)$$

Bu yerda $M(x;y)$ to'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasi $\overline{M_0M}$ $(x-x_0;\ y-y_0)$ vektor va $\mathbf{s}(m;n)$ yo'naltiruvchi vektori o'zaro kollinear, t-ixtiyoriy haqiqiy son yoki parametr.

9^0. (9) tenglamani koordinatalarda

$$\begin{cases} x-x_0=tm \\ y-y_0=tn \end{cases} \qquad (10)$$

ifodalab, *to'g'ri chiziqning parametrli tenglamasini* hosil qilish mumkin.

10^0. (10) tenglamalarda t parametr yo'qotilsa, to'g'ri chiziqning kanonik teglamasi hosil bo'ladi:

$$\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n} \qquad (11)$$

11^0. Agar $|\bar{a}|=P$ ($P\geq 0$), $\quad v=\frac{\bar{a}}{P}$ =(Cosα , Cosβ) $\quad \bar{a}$ normal radius vektorninig birlik vektori bo'lib, to'g'ri chiziqning ixtiyoriy *M(x;y)* nuqtasining mos radius vektori $\bar{r}$(x;y) bo'lsa, u holda $\bar{r}$ radius vektorning $\bar{a}$ yoki $\bar{v}$ vektordagi sonli proyektsiyasi *P* ga teng:

$$\text{P}r_v\ \bar{r}=P, \quad \text{yoki} \quad |v|\text{P}r_v\ \bar{r}=P, \quad \text{yoki} \quad (r\cdot v)=P\ (P\geq 0) \qquad (12)$$

Bu tenglama to'g'ri chiziqning *vektor ko'rinishdagi tenglamasi* deyiladi.

(12) tenglama koordinatalarda

$$xCos\alpha + yCos\beta = P \quad \text{yoki} \quad xCos\alpha + ySin\alpha = P\ (P\geq 0) \qquad (13)$$

ko'rinishni oladi. Bunda α- $\bar{a}$ yoki $\bar{v}$ vektorning *Ox* o'qining musbat yo'nalishi bilan hosil qilgan burchak kattaligi. (13) shakldagi tenglama to'g'ri chiziqning *normal tenglamasi* deyiladi.

12^0. (7) shakldagi tenlamadan (13) shakldagi tenglamaga o'tish uchun umumiy ko'rinishdagi tenglama normallovchi ko'paytuvchi deb ataladigan $\mu=\pm\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ songa ko'paytiriladi, bunda "+" yoki "–" ishoradan *C* ozod had ishorasining qarama–qarshisi tanlanadi, aks holda *P*= -μC$\geq$0 munosabat bajarilmaydi.

Masala: *3x+4y-8=0* tenglamani normal ko'rinishga keltiring .

Berilgan umumiy shakldagi tenglama uchun normallovchi ko'paytuvchi

$$\mu=\pm\frac{1}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{1}{5}.$$

Tenglamani, $\mu=\frac{1}{5}$ ga ko'paytiramiz, natijada to'g'ri chiziq tenglamasi quyidagi ko'rinishda normal holga keltiriladi:

$$\frac{3}{5}x+\frac{4}{5}y=\frac{8}{5}.$$

13^0. $y=k_1x+b_1$ to'g'ri chiziqdan $y=k_2x+b_2$ to'g'ri chiziqqacha soat strelkasiga qarshi yo'nalishda hisoblanuvchi φ *burchak*

$$tg\,\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1\, k_2} \qquad (14)$$

formula bilan aniqlanadi.

14^0. $A_1x+B_1y+C_1=0$ va $A_2x+B_2y+C_2=0$ tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar uchun (14) formula quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$tg\,\varphi = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2} \qquad (15)$$

yoki $$Cos\varphi = \frac{(n_1 \cdot n_2)}{|n_1| \cdot |n_2|} = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \bullet \sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \qquad (16)$$

15^0. To'g'ri chiziqlarning *parallellik* sharti:

$$k_1 = k_2 \quad \text{yoki} \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \qquad (17)$$

16^0. To'g'ri chiziqlarning *perpendikulyarlik* sharti:

$$k_1 \bullet k_2 = -1 \quad \text{yoki} \quad A_1A_2 + B_1B_2 = 0 \qquad (18)$$

17^0. Berilgan $A(x_1;y_1)$ nuqtadan o'tuvchi *to'g'ri chiziqlar dastasining tenglamasi:*

$$y-y_1=k(x-x_1) \qquad (19)$$

18^0. Berilgan ikki $A(x_1;y_1)$ va $B(x_2;y_2)$ *nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi:*

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \qquad (20)$$

19^0. Parallel bo'lmagan ikki $A_1x+B_1y+C_1=0$ va $A_2x+B_2y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlarning *kesishish nuqtasini* topish uchun ularning tenglamalarini birgalikda yechish bilan

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -C_1 & B_1 \\ -C_2 & B_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} A_1 & -C_1 \\ A_2 & -C_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}} \qquad (21)$$

ni hosil qilamiz.

20^0. $(x_0;y_0)$ *nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan* d *masofani topish uchun* to'g'ri chiziq normal tenglamasining chap tomonidagi o'zgaruvchi koordinatalar o'rniga $(x_0;y_0)$ koordinatalarni qo'yib, hosil bo'lgan sonning absolyut qiymatini olamiz, ya'ni

$$d=|x_0\cos\beta+y_0\sin\beta-P| \qquad (22)$$

yoki $$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \qquad (23)$$

21^0. $Ax+By+C=0$ va $A_1x+B_1y+C_1=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi burchaklar *bissektrissalarining* tenglamalari:

$$\frac{Ax+By+C}{\sqrt{A^2+B^2}}=\pm\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^{\,2}+B_1^{\,2}}} \qquad (24)$$

22^0. Berilgan ikki to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasidan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar *dastasining tenglamasi:*

$$\alpha(Ax+By+C)+\beta(A_1x+B_1y+C_1)=0 \qquad (25)$$

$\alpha=1$ deb olish mumkin, u holda biz (25) dastadan berilgan to'g'ri chiziqlardan ikkinchisini yo'qotgan bo'lamiz, ya'ni u vaqtda (25) dan ikkinchi to'g'ri chiziqning tenglamasini hosil qila olmaymiz.

Mustaqil yechish uchun misollar

12.1. $\frac{x+2\sqrt{5}}{4}+\frac{y-2\sqrt{5}}{2}=0$ to'g'ri chiziq berilgan. To`g`ri chiziqning

a) umumiy tenglamasi,

b) burchak koeffitsientli tenglamasi,

c) kesmalarga nisbatan tenglamasini yozing.

12.2. $4x+3y-36=0$ to'g'ri chiziq, koordinata o'qlari bilan hosil qilgan uchburchakning yuzini toping.

12.3. To'g'ri chiziq koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratadi. Agar to'g'ri chiziq koordinata o'qlari bilan hosil qilgan uchburchak yuzi 8 *kv.birl.* bo'lsa, to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12.4. $A(2;5)$ nuqtadan o'tuvchi va ordinata o'qida $b=7$ kesma ajratuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12.5. Agar to'g'ri chiziq koordinata o'qlaridan teng kesmalar ajratsa va to'g'ri chiziqni koordinata o'qlari orasidagi kesmasi $5\sqrt{2}$ ga teng bo'lsa, to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12.6. y=-2, y=4 to'g'ri chiziqlar $3x$-$4y$-5=0 to'g'ri chiziqni A va B nuqtalarda kesib o'tadi. $\overline{AB}$ vektorni uzunligi va uni koordinata o'qlaridagi proyektsiyalarini toping.

12.7. To'g'i chiziqlar orasidagi burchakni toping:

1) $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = \dfrac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x - \ \ y + 7 = 0 \\ 2x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ y = 3x - 4 \end{cases}$

12.8. $3x$-$2y$+7=0, $6x$-$4y$-9=0, $6x$+$4y$-5=0, $2x$+$3y$-6=0 to'g'ri chiziqlar orasidan parallel va perpendikulyar to'g'ri chiziqlarni aniqlang.

12.9. *A(2;3)* nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasini yozing. Bu dastadan Ox o'qi bilan 1) 45^0, 2) 60^0, 3) 135^0, 4) 0^0 burchaklar tashkil etuvchi to'g'ri chiziqni toping.

12.10. *A(-2;5)* nuqta va $2x$-y=0 to'g'ri chiziqni yasang. A nuqtadan o'tuvchi va:

1) berilgan to'g'ri chiziqqa parallel;

2) berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12.11. $2x$-$5y$-10=0 to'g'ri chiziqni koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalariga perpendikulyar qo'yilgan. Ularning tenglamasini yozing.

12.12. A(-1;3) va B(4;-2) nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12.13. Uchlari A(-2;0), B(4;-2) va C(4;2) bo'lgan uchburchakka BD balandlik va BE mediana o'tkazilgan. AC tomon, BE mediana va BD balandlik tenglamalarini yozing.

12.14. Uchburchak tomonlari quyidagi tenglamalar bilan berilgan:

x+$3y$=0, x=3, x-$2y$+3=0. Uchburchakni burchaklari va uchlarini toping.

12.15. Kvadrat tomonlaridan birining tenglamasi $x+3y-7=0$ va diogonallari kesishgan nuqta $P(0;-1)$ berilgan. Kvadratning qolgan uchta tomon tenglamalarini yozing.

12.16. Romb tomonlaridan birining tenglamasi $5x+2y-9=0$. Agar romb diogonallari $O(0;0)$ da kesishgan bo'lib, ulardan birining tenglamasi $y=2x$ bo'lsa, pombning qolgan uchta tomon tenglamasini yozing.

12.17. Uchburchak tomonlarining o'rtasi berilgan $P(1;2)$ - AB tomonining o'rtasi, $R(-4;3)$ - BC tomonining o'rtasi, $Q(5;-1)$ - AC tomonining o'rtasi, CF balandlik va AR mediana kesishgan nuqta topilsin.

12.18. Rombning ikki qarama-qarshi uchlarining koordinatalari berilgan, $A(1;-4)$ $C(-1;3)$. Romb diogonallarining tenglamasini yozing.

12.19. Agar $A(-5;5)$ va $B(3;1)$ uchburchakning uchlari, $D(2;5)$ esa balandliklari kesishgan nuqta bo'lsa, uchburchak tomonlarining tenglamasini yozing.

12.20. $2x+2y-5=0$ to'g'ri chiziq Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan qanday burchak hosil qiladi?

12.21. Oy o'qidan $b=1$ birlikka teng kesma ajratuvchi Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12.22. Koordinata boshidan va $A(-2;-3)$ nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini yozing.

12.23. $M(-3;-4)$ nuqtadan o'tuvchi koordinata o'qlariga parallel to'g'ri chiziqlar tenglamasini yozing.

12.24. $O(0;0)$ va $A(-3;0)$ nuqtalar berilgan OA kesmada parallelogramm yasalgan, uning diogonallari $B(0;2)$ nuqtada kesishadi. Parallelogramm tomonlari va diogonallari tenglamasini yozing.

12.25. Tomonlari 8 *sm* va 2 *sm* bo'lgan teng yonli trapetsiyaning o'tkir burchagi 45^0. Trapetsiyaning katta asosi Ox o'qida yotsa, Oy o'qi esa trapetsiyaning simmetriya o'qi bo'lsa, trapetsiyaning tomonlari tenglamasini yozing.

12.26. Agar to’g’ri chiziq koordinata o’qlari bilan hosil qilgan uchburchak yuzi 6 *kv.b.* bo’lsa va to’g’ri chiziq (-4;6) nuqtadan o’tsa, uning tenglamasini yozing.

12.27. To’g’ri chiziqlar orasidagi burchakni toping:

a) $\begin{cases} 3x+2y = 0 \\ 6x+4y+9=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-4y=0 \\ 8x+6y=11 \end{cases}$

12.28. Uchlari *A*(-2;0), *B*(2;4) va *C*(4;0) bo’lgan uchburchak berilgan. Uchburchak tomonlari, *AE* medianasi, *BD* balandlik tenglamalarini, *AE* mediana uzunligini toping.

12.29. Tomonlari *x+y=4*, *3x-y=0*, *x-3y-8=0* tenglamalar bilan berilgan uchburchakni burchaklari, uchlari va uchburchakni yuzini toping.

12.30. Koordinatalar boshidan *2x+y=a* to’g’ri chiziq bilan teng yonli uchburchak hosil qiluvchi ikki o’zaro perpendikulyar to’g’ri chiziq o’tkazilgan. Shu uchburchakning yuzini toping.

Ko’rsatma: 2x+y=3 bilan y=kx va $y=-\frac{x}{k}$ *to’g’ri chiziqlarning kesishgan nuqtalari M va N ning koordinatalarini topgandan so’ng OM=ON tenglikdan k ni topish kerak.*

12.31. Uchburchak *AB* tomonining tenglamasi *x-3y+3=0* va *AC* tomonining tenglamasi *x+3y+3=0* hamda *AD* balandligining asosi *D*(-1;3) berilgan bo’lsa, uchburchakning ichki burchaklari topilsin.

12.32. Romb ikki tomonining tenglamalari *x+2y=4* va *x+2y=10* hamda diogonallaridan birining tenglamasi *y=x+2* ma’lum bo’lsa, romb uchlarining koordinatalari hisoblansin.