

**O‘ZBEKISTON RESPUBLKASI  
OLIV VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

**TOSHKENT MOLIYA INSTITUTI**

**“Matematika” kafedrası**

**Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fani**

**Amaliy mashg‘ulot**

**Tuzuvchilar:** dots. Adirov T., dots. Mamurov E.

Kafedraning 2008 yil 26 avgustdagi  
majlisida muhokama qilingan va  
tavsiya etilgan (1-sonli bayonnoma)  
Kafedra mudiri prof. Q. Safayeva

**Toshkent-2008**

### 3. Ehtimollarni qo'shish va ko'paytirish teoremlari.

**1-teorema.** Ikkita birgalikda bo'lmagan hodisadan istalgan birining ro'y berish ehtimoli bu hodisalar ehtimollarining yig'indisiga teng:  $P(A+B) = P(A) + P(B)$

NATIJA. Har ikkitasi birgalikda bo'lmagan bir nechta hodisalardan istalgan birining ro'y berish bu hodisalar ehtimollarining yig'indisiga teng:

$$P(A_1+A_2+\dots+A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

**2-teorema.** Ikkita erkli hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli, bu hodisalar ehtimollarini ko'paytirilganligiga teng:

$$P(AB) = P(A) P(B)$$

NATIJA. Bir nechta erkli hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli, bu hodisalar ehtimollarini ko'paytirilganligiga teng:

$$P(A_1A_2\dots A_n) = P(A_1)P(A_2)\dots P(A_n)$$

**3-teorema.** Ikkita bog'liq hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimolini ulardanehtimolini ikkinchisining shrtli ehtimoliga ko'paytirilganligiga teng.

$$P(AB) = P(A) P(B/A) = P(B) P(A/B)$$

NATIJA: Bir nechta bog'liq hodisalarning birgalikda ro'y berish ehtimoli ulardan birining ehtimolini qolganlarining shrtli ehtimollariga ko'paytirilganligiga teng, shu bilan birga, har bir keyingi hodisaning ehtimoli oldingi hamma hodisalar ro'y berdi degan farazda hisoblanadi:

$$P(A_1A_2\dots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_1A_2) \dots P(A_n/A_1A_2\dots A_{n-1})$$

**4-teorema.** Ikkita birgalikda bo'lgan hodisadan kamida bittasining ro'y berish ehtimoli bu hodisalarning ehtimollari yig'indisidan ularning birgalikda ro'y berish ehtimolini ayrilganligiga teng:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Agar A va B hodisalar bog'liq bo'lsa,  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(B)P(A/B)$  bog'liq bo'lmasa  $P(A+B)=P(A) \cdot P(B)$  formulalaridan foydalanamiz.

**5-teorema.** Birgalikda bog'liq bo'lmagan  $A_1, A_2, \dots, A_n$  hodisalaridan kamida bittasining ro'y berishidan iborat A hodisaning ehtimoli 1 dan  $A_1, A_2, \dots, A_n$  qarrama qarshi hodisalar ehtimollari ko'pytmasining ayirmasiga teng:  $P(A) = 1 - P(A_1)P(A_2) \dots P(A_n)$

**51-misol.** Tsehda bir necha stanok ishlaydi. Smena davomida bitta stanokni sozlashni talab etish ehtimoli 0.2 ga teng, ikkita staokni sozlashni talab etish ehtimoli 0.13 ga teng. Smena davomida ikkitadan ortiq stanokni sozlashni talab etish ehtimoli esa 0.07 ga teng. Smena davomida stanoklarni sozlashni talab etilishini ehtimolini toping.

Yechish: quyidagi hodisalardan qaraymiz.

A- Smena davomida bitta stanokni sozlash talab etiladi.

B- Smena davomida ikkita stanokni sozlash talab etiladi.

C- Smena davomida ikkitadan ortiq stanokni sozlash talab etiladi.

A, B va C hodisalar o'zaro birgalikda emas. Bizni quyidagi hodisa qiziqtiradi:  $(A+B+C)$  – smena davomida sozlash uchun zarur bo'ladigan stanoklar:

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0.2+0.13+0.07=0.4$$

**52-misol.** Yashikda 10 ta qizil va 6ta ko'k shar bor. Tavakkaliga 2ta shar olinadi. Olingan ikkala sharning bir hil rangli bo'lish ehtimolini toping.

Yechish:A-hodisa olingan ikkala shar qizil bo'lishi, B-hodisa esa olingan ikkala sharnng ko'k bo'lish hodisasi bo'lsin. Ko'rinib turibdiki, A va B hodisalar birgalikda bo'lmagan hodisalar. Demak,

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

A-hodisaning ro'y berishiga  $C_{10}^2$  ta natija imkoniyat yaratadi. B hodisaning ro'y berishiga esa  $C_6^2$  ta natija imkoniyat yaratadi. Umumiy ro'y berishi mumkin bo'lgan natijalar soni esa  $C_{16}^2$  ga teng.

U holda:

$$P(A+B) = \frac{C_{10}^2 + C_6^2}{C_{16}^2} = \frac{\frac{10 \cdot 9}{2} + \frac{6 \cdot 5}{2}}{\frac{16 \cdot 15}{2}} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}.$$

**53-misol.** Ikki ovchi bo'riga qarata bittadan o'q uzishdi. Birinchi ovchining bo'riga tekkizish ehtimoli 0.7 ga, ikkinchisniki 0.8 ga teng. Hech bo'lmaganda bitta o'qning bo'riga tegish ehtimolini toping.

Yechish. A hodisa birinchi ovchining bo'riga o'qni tekkizishi, B hodisa esa ikkinchi ovchining bo'riga o'qni tekkizishi bo'lsin. Ko'rinib turibdiki, A va B hodisalar birgalikda bo'lgan, ammo bir-biriga bog'liq bo'lmagan hodisalar. U holda

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0.7 + 0.8 - 0.7 \cdot 0.8 = 0.94$$

**54-misol.** Tanga va kubik bir vaqtda tashlangan. "Gerb tushishi" va "3" ochko tushishi hodisalarining birgalikda ro'y berish ehtimolini toping.

Yechish: A hodisa tanganing "gerb" tushishi, B hodisa esa kubik tashlanganda "3" ochko tushishi bo'lsin. A va B hodisalar bog'liq bo'lmagan hodisalar. U holda:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

**55-misol.** Tsehda 7ta erkak va 3ta ayol ishchi ishlaydi. Tabel' namerlari bo'yicha tavakkaliga 3kishi ajratildi. Barcha ajratib olingan kishilar erkaklar bo'lish ehtimolini toping.

Yechish: hodisalarni quyidagicha belgilaylik A hodisa birinchi ajratilgan erkak kishi, B ikkinchi ajratilgan C uchinchi ajratilgan erkak kishi.

Birinchi ajratilgan erkak kishi shartida ikkinchi kishining erkak bo'lishi ehtimoli:

$$P(A) = \frac{7}{10}$$

Birinchi ajratilgan erkak kishi shartida ikkinchi kishining erkak bo'lishi ehtimoli, ya'ni B hodisaning shartli ehtimoli:

$$P(B/A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Oldin ikki erkak kishi ajratib olinganligi shartida uchinchi ajratilgan kishi erkak bo'lishi ehtimoli, ya'ni C hodisaning shartli ehtimoli:

$$P(ABC) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB) = \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{7}{24}$$

**56-misol.** Ko'prik yakson bo'lishi uchun bitta aviatsion bombaning kelib tushishi kifoya. Agar ko'prikka tushish ehtimollari mos ravishda 0.3; 0.4; 0.6; 0.7 bo'lgan 4ta bomba tashlansa, ko'prikni yakson bo'lish ehtimolini toping.

Yeshish: Demak, kamida bitta bombaning ko'prikka tushishi, uni yakson bo'lishi uchun yetarli. (A hodisa). U holda, izlanayotgan ehtimol

$$P(A) = 1 - 0.7 \cdot 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.3 = 0.95$$

**57-misol.** Tehnik nazorat bo'limi buyumlarining yaroqliligini tekshiradi. Buyumning yaroqli bo'lish ehtimoli 0.9 ga teng. tekshirilgan ikkita buyumdan faqat bittasi yaroqli bo'lish ehtimolini toping.

**58-misol.** Talabaga kerakli formulani uchta spravochnikda bo'lish ehtimoli mos ravishda 0.6; 0.7; 0.8 ga teng. Formula: a) faqat bitta spravochnikda; b) faqat ikkita spravochnikda; c) formula uchchala spravochnikda bo'lish ehtimolini toping.

**59-misol.** Talaba programmadagi 25ta savoldan 20tasini biladi. Talabanning imtihon oluvchi taklif etgan uchta savolni bilish ehtimolini toping.

**60-misol.** Yashikda 1dan 10gacha nomerlangan 10ta bir hil kubik bor. Tavakkaliga bittadan 3ta kubik olinadi. Birin ketin 1,2,3 nomerli kubiklar chiqish ehtimolini quyidagi hollarda toping:

- a) kubiklar olingach, yashikka qaytarib solinmaydi;
- b) olingan kubik yashikka qaytarib solinadi.

**61-misol.** Biror joy uchun iyul oyida bulutli kunlarning o'rtacha soni oltiga teng. Birinchi va ikkinchi iyulda havo ochiq bo'lish ehtimolini toping.

**62-misol.** Guruhda 10 ta talaba bo'lib, ularning 7 nafari a'lochilar. 4 ta talaba dekanatga chaqirtirildi. Ularning barchasi a'lohi bo'lish ehtimolini toping.

**63-misol.** Buyumlar partiyasidan tavarshunos oily nav buyumlarini ajratmoqda. Tavakkaliga olingan buyumning oliy nav bo'lish ehtimoli 0.8 ga teng. Tekshirilgan uchta buyumdan faqat ikkitasi oliy nav bo'lish ehtimolini toping.

**64-misol.** Birinchi yashikda 4 ta oq va 8 ta qora shar bor. Ikkinchi yashikda 10 ta oq va 6 ta qora shar bor. Har qaysi yashikdan bittadan shar olinadi. Ikkala sharning ham oq chiqish ehtimolini toping.

**65-misol.** Tsehada 7 ta erkak va 8 ta ayol ishchi ishlaydi. Tabel' tartib sonlari bo'yicha tavakkaliga 3 kishi tanlangan. Tanlanganlarning hammasi ayol kishi bo'lish ehtimolini toping.

**66-misol.** Birinchi yashikda 5 ta oq va 10 ta qizil shar bor. Ikkinchi yashikda esa 10 ta oq va 5 ta qizil shar bor. Agar har bir yashikdan bittadan shar olinsa, hech bo'lmaganda bitta sharning oq bo'lish ehtimolini toping.

**67-misol.** Bitta smenada stanokning ishlamay qolishi ehtimoli 0.05 ga teng. Uchta smenada stanokning ishlab turish ehtimolini toping.

**68-misol.** Tanga birinchi marta "gerb" tomoni bilan tushguncha tashlanadi. Tashlashlar sonining juft son bo'lish ehtimolini toping.

**69-misol.** A,B,C hodisalarning juft-juft bog'liq emasligidan, ularning birgalikda bog'liq emasligi kelib chiqmasligini ko'rsatadigan masala tuzing.

**70-misol.** Otilgan torpedoing kemani cho'ktirib yuborish ehtimoli 1 taqsim 2 ga teng. Agar kemani cho'ktirib yuborish uchun bitta torpedoing mo'ljalga tegishi yetarli bo'lsa, 4 ta torpedoing kemani cho'ktirib yuborish ehtimolini toping.

**71-misol.** Elektr zanjiriga erkli ishlaydigan 3 ta element ketma – ket ulangan. Birinchi, ikkinchi va uchinchi elementlarning buzilish ehtimollari mos ravishda quyidagiga teng.

$$P_1=0.1; P_2=0.15; P_3=0.2$$

Zanjirda to'k bo'lmasligi ehtimolini toping.

**72-misol.** Ikki sportchidan har birining mashqni muvaffaqiyatli bajarish ehtimoli 0.5 ga teng. Sportchilar mashqni navbat bilan bajaradilar, bunda har bir sportchi o'z kuchini ikki marta sinab ko'radi. Mashqni birinchi bo'lib bajargan sportchi mukofot oladi. Sportchilarning mukofotni olishlari ehtimolini toping.

**73-misol.** Merganning uchta o'q uzishda kamida bitta o'qni nishonga tekkizish ehtimoli 0.875 ga teng. Uning bitta o'q uzishda nishonga tekkizish ehtimolini toping.

**74-misol.** To'rtta o'q uzishda kamida bitta o'qni nishonga tegish ehtimoli 0.9984 ga teng. Bitta o'q uzishda nishonga tegish ehtimolini toping.

**75-misol.** Ikki mergandan har birining o'qni nishonga tegish ehtimoli 0.3 ga teng. Merganlar navbat bilan o'q uzadilar, lekin har biri ikkitadan o'q uzadi. Birinchi bo'lib o'q tekkizgan mergan mukofot oladi. Merganlarning mukofot olishari ehtimollarini toping.

**76-misol.** Qurilma o'zaro erkli ishlaydigan ikkita elementni o'z ichiga oladi. Elementlarning buzilish ehtimollari mos ravishda 0.05 ga va 0.08 ga teng. Qurilmaning buzilishi uchun kamida bitta elementning buzilishi yetarli bo'lsa, qurilmaning ishlamay qolish ehtimolini toping.

**77-misol.** Uchta to'pdan otishda nishonga tekkizish ehtimolligi mos ravishda  $P_1=0.3$ ;  $P_2=0.5$ ;  $P_3=0.8$ . Nishon yakson qilinishi uchun bitta o'qning tegishi kifoya bo'lsa, uchchala to'pdan bir yo'la otishda nishonning yakson qilinish ehtimolini toping.

**78-misol.** Kutubhona stellajida tasodifiy tartibda 15 ta darslik terib qo'yilgan bo'lib, ulardan 5 tasi muqovalidir. Kutubhonachi ayol tavakkaliga 3ta darslik oladi. Olingan darsliklarning hech bo'lmaganda bittasi muqovali bo'lish ehtimolini toping.

**79-misol.** Ikkita birgalikda bo'lmagan  $A_1$  va  $A_2$  hodisalarning har birining ro'y berishi ehtimoli mos ravishda 0.3 va 0.8 ga teng. Bu hodisalardan faqat bittasining ro'y berish ehtimolini toping.

**80-misol.** Biror yashikda 14 ta qizil va 6 ta ko'k tugma bor. Tavakkaliga 2 ta tugma olinadi. Olingan ikkala tugmaning bir hil rangli bo'lish ehtimoli nimaga teng?